



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)	
Resumen de la Unidad:	En esta unidad, el estudiante representará, aplicará, y discutirá las propiedades de los números complejos. También representará, interpretará, y resolverá problemas que involucran funciones cuadráticas usando varios métodos distintos. Traducirá las distintas representaciones de una función (verbal, tablas, símbolos y gráficas) e identificará el dominio, valores de los campos, intersecciones, y relaciones entre los coeficientes de la función y las características de la gráfica. El estudiante aplicará la composición y descomposición de funciones y funciones inversas para crear modelos y resolver problemas.
Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)	
PE1 ¿Cómo se relacionan los números imaginarios con los reales?	CD1 Los números imaginarios comparten las mismas propiedades que los números reales.
PE2 ¿Cómo podemos clasificar los números en el sistema de números complejos como racionales, irracionales o imaginarios?	CD2 Los números imaginarios y los reales son los que componen nuestro sistema numérico.
PE3 ¿Qué es más importante: la solución final de un problema o la metodología usada para llegar a la solución?	CD3 Se puede encontrar y expresar soluciones de distintas maneras.
Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)	
T1. El estudiante saldrá de su salón de clase siendo capaces de usar su aprendizaje en funciones cuadráticas para interpretar, predecir y resolver situaciones de la vida diaria.	
<i>El estudiante adquiere destrezas para...</i>	
A1. Usar la relación $i^2 = -1$ y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para sumar, restar y multiplicar números complejos.	
A2. Resolver ecuaciones e inecuaciones cuadráticas de una y dos variables representando la respuesta de varias maneras.	
A3. Hallar el conjugado de un número complejo; utiliza conjugados para cocientes de números complejos.	
A4. Graficar funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica.	
A5. Graficar funciones lineales y cuadráticas, indicar los puntos de intersección, el valor máximo y/o el valor mínimo.	
Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)	
Estándar de Numeración y Operación	



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ES.N.3.1	Reconoce que existe un número complejo i , tal que $i^2 = -1$, y que todo número complejo es de la forma $a + bi$, con a y b números reales. Determina potencias de i .
ES.N.3.2	Usa la relación $i^2 = -1$ y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para sumar, restar y multiplicar números complejos.
ES.N.3.3	Halla el conjugado de un número complejo; utiliza conjugados para cocientes de números complejos.
ES.N.4.1	Resuelve ecuaciones cuadráticas con coeficientes reales que tengan soluciones complejas.
(+) ES.N.4.2	Extiende las identidades polinómicas a los números complejos (ejemplo: Replantear $x^2 + 4$ como $(x + 2i)(x - 2i)$).
Estándar de Álgebra	



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ES.A.16.1	Resuelve ecuaciones cuadráticas de una variable. Usa el método de completar el cuadrado para transformar cualquier ecuación cuadrática en una variable x a una ecuación de la forma $(x-p)^2 = q$ que tenga las mismas soluciones que la ecuación original. Demuestra la fórmula cuadrática utilizando este método.
ES.A.16.2	Resuelve ecuaciones cuadráticas por: <ul style="list-style-type: none"> • Inspección (ejemplo: para $x^2 = 49$) • Factorización • Extracción de raíces cuadradas • Completar el cuadrado • la fórmula cuadrática según corresponda a la forma original de la ecuación. Reconoce casos en que la fórmula cuadrática da soluciones complejas y las escriben como $a \pm b i$ para números reales a y b . Utiliza el discriminante para identificar cuántas y la naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática.
ES.A.17.2	Resuelve algebraica y gráficamente un sistema simple que se componga de una ecuación lineal y una ecuación cuadrática de dos variables (ej. hallar los puntos de intersección entre la recta $y = -3x$ y el círculo $x^2 + y^2 = 3$).
ES.A.18.4	Construye y resuelve inecuaciones cuadráticas en una y dos variables, y representa su solución gráficamente.
Estándar de Geometría	
(+) ES.G.38.1	Representa números complejos en el plano complejo en forma rectangular y polar (incluye números reales y números imaginarios), y explica por qué las formas rectangulares y polares de un número complejo dado representan el mismo número.
(+) ES.G.38.2	Representa geoméricamente la suma, resta, multiplicación y conjugación de números complejos en el plano complejo; usa las propiedades de esta representación en cálculos (ejemplo: $(-1 + \sqrt{3}i)^3 = 8$ porque tiene módulo 2 y argumento 120°).
Estándar de Funciones	
ES.F.22.1	Escribe una función definida por una expresión en formas diferentes pero equivalentes, para explicar diferentes propiedades de la función. <ul style="list-style-type: none"> • Usa el proceso de factorización y/o completar el cuadrado en una función cuadrática para determinar los ceros, el vértice, los valores en los extremos y la simetría de la gráfica, y los interpreta según un contexto. • Usa las propiedades de los exponentes para interpretar expresiones de funciones exponenciales (ejemplo: Identificar la tasa porcentual de cambio en funciones tales como $y = (1.02)^t$, $y = (0.97)^t$, $y = (1.01)^{12t}$, $y = (1.2)^{t/10}$, y clasificarlas como crecimiento o disminución exponencial).
ES.F.24.3	Grafica funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica, en forma manual en casos sencillos y con tecnología en casos más complejos. <ul style="list-style-type: none"> • Grafica funciones lineales y cuadráticas, indica los puntos de intersección, el valor máximo y el valor mínimo.



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

	<ul style="list-style-type: none"> • Grafica funciones de raíz cuadrada, raíz cúbica y funciones por partes; incluye funciones discontinuas y funciones de valor absoluto. • Grafica funciones polinómicas e identifica los ceros cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos. • Grafica funciones racionales e identifica los ceros y las asíntotas cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos. • Grafica funciones trigonométricas y muestra período, línea media (eje primo), amplitud y desfase. <p>(+) Grafica funciones exponenciales y logarítmicas, y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.</p>
ES.F.25.1	Escribe una función que describa una relación entre dos cantidades. Determina una expresión explícita, un proceso recursivo o pasos para un cálculo a partir de un contexto. Utiliza operaciones aritméticas para combinar diferentes tipos de funciones (Ejemplo: Construir una función que modele la temperatura de un cuerpo que se va enfriando, y agrega una función constante a un exponente decreciente y relaciona estas funciones con el modelo).
(+)ES.F.25.2	Aplica el concepto de composición de funciones en situaciones de la vida diaria (Ejemplo: Si $T(y)$ es la temperatura de la atmósfera en función de la altura, y $h(t)$ es la altitud de un globo meteorológico en función del tiempo, entonces $T(h(t))$ es la temperatura en el lugar donde se encuentra el globo en función del tiempo).
ES.F.26.2	Halla funciones inversas. Resuelve una ecuación de la forma $f(x) = c$ para una función simple f que tiene inverso, y escribe una expresión para el inverso (Ejemplo: $f(x) = 2x^3$, o $f(x) = (x + 1)/(x - 1)$ para $x \neq 1$).
Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)	
PM1	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
PM2	Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
PM3	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
PM4	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
PM5	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
PM6	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
PM7	Discierne y usa patrones o estructuras.
PM8	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Dominio y Destrezas (El estudiante podrá...)	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: ES.N.3.1 ES.N.3.2 ES.N.3.3 (+) ES.N.4.2</p> <p>PM: PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2</p> <p>T/A: T1/A1/A3</p>	<p>Números complejos</p> <ul style="list-style-type: none"> Que existe un número complejo i tal que $i^2 = -1$. Cada número complejo tiene la forma $a+bi$ donde a y b representan números reales. Operaciones con números complejos. Cómo simplificar potencias de i. Las propiedades de números complejos (ej., la propiedad asociativa, conmutativa y distributiva de números reales. Cómo utilizar el conjugado para resolver problemas. 	<p>Sentido numérico Significado de las operaciones Operaciones y estimados</p> <ul style="list-style-type: none"> Hacer una representación gráfica y cálculos con números de la forma $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Sumar, restar y multiplicar números complejos. Simplificar potencias de números imaginarios puros. Describir cómo las propiedades asociativas, conmutativas y distributivas de 	<p>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</p> <p>¿Propiedades? ¿Quién necesita las propiedades?</p> <ul style="list-style-type: none"> Uno de tus amigos se ausentó el día de ayer y no cree que existan estas nuevas cosas llamadas "números imaginarios". Debes decirle que estos números no son tan malos y que tienen características similares a los números que ya conocen. Escribe un ejemplo que muestre las propiedades conmutativas, asociativas y distributivas mientras se suma, se resta y se multiplica los mismos dos números complejos. Rúbrica: 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Simplifica: $4i(1 + i) + 3(6 - 2i)$ <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica como al simplificar raíces cuadradas de números positivos y negativos se obtiene lo mismo. Describe de qué manera las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva de los números reales aplica a los números complejos. Da un ejemplo. <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</p> <p>Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. 	<p>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</p> <p>Introducción a los Números Complejos</p> <ul style="list-style-type: none"> Una revisión de la simplificación de la raíz cuadrada es necesaria. Esta revisión es una manera de llegar a la simplificación de las raíces cuadradas de números negativos. También es una excelente oportunidad para enfatizar la diferencia entre valores exactos y aproximados. Esta diferencia se hará más aparente cuando los estudiantes empiecen a trabajar con las ecuaciones cuadráticas, fórmulas cuadráticas, y al graficar la ecuación. (ver abajo) <p>Actividad en Equipo con Números Complejos</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes identificarán las propiedades de los campos de los números complejos y colocarán conjuntos de números en jerarquía, usando un diagrama de Venn: números complejos, números imaginarios puros, números reales, números racionales, números irracionales, enteros, números enteros, números naturales. (ver abajo)



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<p>los números reales se extienden a las operaciones con números complejos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Determinar y aplicar el conjugado de números complejos para resolver problemas. 	<p>Experto: Los ejemplos muestran 100% de precisión e incluyen las tres propiedades; Competente: Los ejemplos muestran las 3 propiedades, pero una de las propiedades no es del todo precisa; Básico: Los ejemplos que se muestran pueden o no ser precisos independientemente de las tres propiedades.</p>		



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> • Números complejos • conjugado • Números imaginarios 	<ul style="list-style-type: none"> • Ecuación/ Función cuadrática • Identidades Polinómicas 				



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas

Matemáticas

6 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Dominio y Destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: ES.N.4.1 ES.A.16.1 ES.A.16.2 ES.A.17.2 ES.A.18.4 (+)ES.G.38.1 (+)ES.G.38.2 ES.F.22.1 ES.F.24.3 ES.F.25.1 (+)ES.F.25.2 ES.F.26.2</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6</p> <p>PE/CD: PE3/CD3</p> <p>T/A:</p>	<p>Función Cuadrática</p> <ul style="list-style-type: none"> • La relación entre los coeficientes de una función cuadrática y características del gráfico (forma, posición, intercepto, ceros, simetría, vértices). • Identifica los puntos de intersección de la gráfica de una función cuadrática con: los ejes coordenados o con una función lineal. • Cómo determinar el punto o valor: máximo o mínimo. • Resuelve ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos. • Cómo utilizar el discriminante para identificar cuántas y la naturaleza de las soluciones de una 	<p>Sentido numérico Representación Patrones, relaciones y funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar, interpretar y traducir a través de diferentes representaciones de funciones cuadráticas. • Reconocer que la gráfica de una función cuadrática es una parábola. • Hallar el dominio y el campo de valores de las funciones cuadráticas dentro de un contexto y determinar la razonabilidad de 	<p><i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</i></p> <p>El Discriminante, ¿Es discriminante?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes se reunirán en grupos de 2 o 3 y tendrán una hoja con 10 funciones cuadráticas aproximadamente. Tendrán 5 minutos para que calculen el discriminante de cada función cuadrática y que comparen respuestas entre ellos (ver abajo) <p>Fuegos artificiales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes demostrarán su entendimiento de las 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> • Abajo se encuentra la gráfica de la ecuación $y = -x^2 - 2x + 8$ Basándose en la gráfica, cual es el máximo y el mínimo de esta ecuación. ¿Cómo lo sabes? ¿Cuáles son las raíces? <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Ver anejo: "AL.3 Otra Evidencia – Ejemplos de preguntas de examen" <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuál es la solución para la ecuación? $x^2 - 5x - 24 = 0$? 2. Encuentra las raíces de la ecuación $x^2 - x = 6$ algebraicamente. <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si $x + 2$ es un factor de $x^2 + bx + 10$, ¿Cuál es el 	<p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p>Introducción a la Fórmula Cuadrática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esta actividad le presenta a los estudiantes la fórmula cuadrática y como derivarla. (ver abajo) <p>Encontrar las Raíces Cuadráticas de un Organizador Gráfico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Después de aprender sobre los tres métodos de resolver cuadráticas (factorizar, completar el cuadrado, y fórmula cuadrática), guíe a los estudiantes en la comparación, cuando sea útil, sobre el uso de los distintos métodos al resolver cuadráticas. Ellos crearán un organizador gráfico plegable de 3x5 que liste cada método, cómo saben cuándo usar cada uno, como usarlo, y dos problemas de ejemplo



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

T1/A3/A4/A5	ecuación cuadrática. <ul style="list-style-type: none">Resuelve ecuaciones e inecuaciones cuadráticas gráficamente.	las soluciones de las ecuaciones cuadráticas (ceros de las funciones cuadráticas). <ul style="list-style-type: none">Identificar los puntos de intersección de la gráfica de una ecuación cuadrática de la forma $y=ax^2$, y la gráfica de una línea de la forma $y = k$, y relacionarla con las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2=k$.Trazar la gráfica de una función cuadrática y reconocer la relación entre los coeficientes de una función cuadrática y las características de su gráfica (forma, posición, interceptos, ceros, extremos,		valor de b ? <ol style="list-style-type: none">Un arquitecto está diseñando un museo con la forma de un arco parabólico representado por la ecuación $y = -x^2 + 20x$, donde $0 \leq x \leq 20$ y todas las dimensiones están expresadas en pies. Dibuje la gráfica del arco y determine su altura máxima, en pies.¿Cómo sabes cual método usar para resolver una ecuación cuadrática?Explica como sabes cuándo hay raíces racionales versus raíces complejas a una ecuación cuadrática. <p><i>Papelito de entrada (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none">Use la información para orientar la clase del día.	
--------------------	---	---	--	--	--



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

		<p>simetría, vértices).</p> <ul style="list-style-type: none">• Utilizar las operaciones aritméticas y composición para combinar diferentes tipos de funciones.• Cómo identificar si una función tiene función inversa.• Determinar la función inversa de una función dada.• Resolver ecuaciones e inecuaciones cuadráticas con coeficientes reales sobre un conjunto de números complejos y reales.• Resolver ecuaciones cuadráticas por medio de la factorización, compleción del			
--	--	---	--	--	--



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

		<p>cuadrado, el método de la raíz, la fórmula cuadrática y la tecnología, e interpretar sus soluciones en el contexto del problema original.</p> <ul style="list-style-type: none">• Relacionar los números complejos con las soluciones de las ecuaciones cuadráticas que no tienen solución real.• Desarrollar y aplicar la fórmula cuadrática en la solución de ecuaciones cuadráticas• Utilizar el discriminante para determinar la naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática.• Construir y resolver			
--	--	---	--	--	--



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

		inecuaciones cuadráticas en una y dos variables, y representar su solución gráficamente.			
--	--	--	--	--	--

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de Objetivos de Aprendizaje	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Vocabulario de Contenido	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
			ecuaciones cuadráticas al trabajar con el problema de abajo y responder las preguntas. Use la rúbrica de Tareas de desempeño para evaluar el trabajo de los estudiantes. (ver abajo)	<ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p><i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. 	<p><i>Ejemplo 1 para planes de la lección: Concurso de Lanzamiento de Huevos</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes representarán funciones cuadráticas como tablas, con una gráfica, y con una ecuación. (ver abajo) <p><i>Ejemplo 2 para planes de la lección: Cuadráticas “Serpientes y Escaleras”</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Esta lección está diseñada como una revisión de la solución de ecuaciones cuadráticas usando los métodos de esta unidad: graficar, completar el cuadrado, fórmula cuadrática, y factorización. Los estudiantes practicarán el juego “Serpientes y Escaleras” modificado para ecuaciones cuadráticas, mientras repasan para los exámenes (ver abajo). <p><i>Ejemplo 3 para planes de la lección: Inecuaciones</i></p>
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> Completar el cuadrado, discriminante, dominio, alcance (recorrido,imagen, rango o campo de valores) factorización, intersección, valor o puntos máximo/mínimo, interceptos en los ejes, parábola, 	<ul style="list-style-type: none"> fórmula cuadrática, inecuaciones cuadráticas, raíz, vértice, cero, asíntotas, operaciones aritméticas con funciones, composición de funciones 				



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de Objetivos de Aprendizaje	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Vocabulario de Contenido	Tareas de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
					<p><i>Cuadráticas</i></p> <ul style="list-style-type: none">Los estudiantes recibirán instrucciones directas en inecuaciones cuadráticas, incluyendo múltiples maneras de representar las soluciones, pero limitado a cuadráticas que puedan ser resueltas mediante factorización. También resolverán inecuaciones cuadráticas de mayor dificultad, incluyendo aquellas con ceros irracionales, e inecuaciones que siempre o nunca son verdaderas. (ver abajo)



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)

Conexiones a la literatura sugeridas

- **Martin Plimmer**
 - *A Más allá de la coincidencia*
- **Juan Carlos Arce**
 - *El matemático del rey*
- **Kenn Amdahl y Jim Loats**
 - *Álgebra Unplugged*
- **Natalya Vinogradova**
 - *Solving Quadratic Equations by Completing Squares* (2007), disponible en línea en ntc.com
- **Ian Stewart**
 - *Letters of a young Mathematician*

Recursos adicionales

- <http://www.scribd.com/doc/10040975/NUMEROS-COMPLEJOS>
- <http://www.scribd.com/doc/10012176/FORMULA-CUADRATICA>
- www.profjserrano.wordpress.com
- http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus_guidebook_ES.pdf
- <http://isa.umh.es/calc/TI/TI83/TI83manual-spa.pdf>
- *Matemáticas Integradas I, II, III* de McGraw Hill
- *Pre cálculo: Funciones y graficas* de Raymond Barnett
- *Algebra I* de Glencoe
- *Álgebra* de Juan Sánchez



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas

Matemáticas

6 semanas de instrucción

Tareas de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Titulo III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

El Discriminante, ¿Es discriminante?

- Los estudiantes se reunirán en grupos de 2 o 3 y tendrán una hoja con 10 funciones cuadráticas aproximadamente. Provea 5 minutos para que calculen el discriminante de cada función cuadrática y que comparen respuestas entre ellos. Luego, buscarán ecuaciones con soluciones reales versus soluciones complejas. Pida a los estudiantes que hagan una lista con todo lo que han notado sobre los coeficientes de los términos variados en el problema original para ver si hay una manera de decir si el discriminante será un número negativo al forzar a una solución para que sea compleja.

Rúbrica:

- Experto: los estudiantes encontraron las discriminantes con 100% de precisión y son capaces de determinar la relación entre los valores de a , b y c para poder determinar si el valor será positivo o negativo.
- Competente: los estudiantes encontraron las discriminantes con 80% de precisión y son capaces de determinar la relación entre los valores de a , b y c para determinar si el valor será positivo o negativo.
- Básico: los estudiantes encontraron las discriminantes con una precisión menor o igual al 80% o no son capaces de determinar si el valor será positivo o negativo.

Fuegos Artificiales

- Los estudiantes demostrarán su entendimiento de las ecuaciones cuadráticas mediante la siguiente tarea. Pídeles que lean el problema de abajo y que respondan las preguntas. Use la rúbrica de Tareas de desempeño para evaluar el trabajo de los estudiantes. (ver anejo: "Rúbrica de Tareas de Desempeño - Organizador").
- En una celebración con una exhibición de fuegos artificiales, un cohete de fuego es lanzado hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de 160 pies por segundo. Los espectadores miran y se preguntan qué tan alto llegará el cohete antes de empezar a descender. La fórmula de movimiento vertical es $h(t) = 0.5at^2 + vt + s$, donde la constante gravitacional, a , es -32 pies por segundo cuadrado, v es la velocidad inicial, y s es la altura inicial. El tiempo t se mide en segundos, y la altura h es medida en pies.
 1. ¿Cuál función describe la altura, h en pies, del lanzamiento del cohete en t segundos?
 2. Dibuje una gráfica con la posición del cohete como una función de tiempo en el lanzamiento, y brinde una descripción verbal de la gráfica.
 3. ¿Qué tan alto ha llegado el cohete a los 3 segundos de lanzamiento? ¿Cuándo alcanzaría esta altura nuevamente?
 4. Para la seguridad de la audiencia, el cohete, mientras desciende, debe estar listo a explotar al menos a 250 pies del suelo. El operador tiene una opción de fusibles para explotarlo. El Fusil A detona el cohete entre 3 a 5 segundos, el Fusil B lo detonara entre 4 a 6 segundos, y el Fusil C, lo detonará entre 6 a 8 segundos. ¿Cuál fusible debe usar? ¿Por qué?
 5. Suponga que el cohete es lanzado desde el techo de un edificio de 200-pies de alto. ¿Cómo cambiaría esto la función de la posición del cohete? ¿De qué forma se compara, la gráfica de la función de la nueva posición a la función de la primera posición? ¿Qué le dice la nueva gráfica sobre la situación?
 6. Suponga que usted es el operador y quiere lanzar el cohete desde el suelo y que permanezca en el aire por 3 segundos adicionales (13 segundos en lugar de 10). ¿Cómo puedes lograr esto? ¿Qué efecto tendría en la altura máxima que el cohete alcanza?

(Fuente: <http://ths.thrallisd.com/ourpages/auto/2010/8/9/55375440/DANA%20ALGEBRA%20I.pdf>)



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas

Matemáticas

6 semanas de instrucción

Actividades de aprendizaje sugeridas

Introducción a los Números Complejos

- Una revisión de la simplificación de la raíz cuadrada es posiblemente necesaria. Esta revisión es una manera de llegar a la simplificación de las raíces cuadradas de números negativos. También es una excelente oportunidad para enfatizar la diferencia entre valores exactos y aproximados. Esta diferencia se hará más aparente cuando los estudiantes empiecen a trabajar con las ecuaciones cuadráticas, formulas cuadráticas, y graficar la ecuación.
- Explique a los estudiantes de que forma el simplificar raíces cuadradas de números cuadrados, se conecta a la idea de la simplificación de raíces cuadradas de números positivos. Pida a los estudiantes que reescriban cada raíz cuadrada como producto de -1, un factor de cuadrado perfecto de otro factor de un cuadrado no perfecto. Cuando simplifiquen los factores de los cuadrados perfectos, se les debe decir que $\sqrt{-11} = i$.
- Distribuya la hoja de trabajo de los números complejos y pida a los estudiantes que la completen (ver anejo: "AL.3 Actividad de Aprendizaje - Práctica con los números complejos").
- Discuta las respuestas cuando todos hayan completado esta tarea.

Actividad en Equipo con Números Complejos

- Divida la clase en equipos. Distribuya copias del folleto a cada equipo para que lo completen (ver anejo: "AL.3 Actividad de Aprendizaje - Actividad en Equipos de Números Complejos"). Mientras los equipos trabajan, camine alrededor y revise si hay entendimiento al hacer preguntas necesarias que los guíen. Cuando hayan completado el folleto, pida a cada equipo que comparen sus respuestas con otros de equipos distintos, discuta cualquier discrepancia, y llegue a consenso para cada respuesta. Finalmente, revise las respuestas con la clase completa.

(Fuente: http://www.doe.virginia.gov/testing/solsearch/sol/math/All/m_ess_a2-3.pdf)

Introducción a la Fórmula Cuadrática

- Entregue a los estudiantes tres cuadráticas para resolver: una que pueda ser resuelta tomando la raíz cuadrada (solo tiene x^2), una que pueda ser resuelta mediante factorización, y una que pueda ser resuelta al completar el cuadrado (sin coeficiente principal ni coeficiente de término medio). Ellos pueden trabajar esto como un calentamiento. Discuta por qué cada problema es mejor resolverlo con el método dado. Luego, entregue a los estudiantes una cuadrática que deba ser resuelta al completar el cuadrado, pero que no es "tan buena" como la primera. (Por ejemplo, $y = 2x^2 + 3x - 4$). Discuta por qué este problema no es tan bueno resolverlo usando el completar el cuadrado. Discuta los problemas previos. Luego, empiecen a derivar fórmulas cuadráticas, empezando con la forma estándar de las ecuaciones cuadráticas y el uso de completar el cuadrado para derivar la fórmula cuadrática. Finalmente, demuestre como usar la fórmula para resolver cualquier cuadrática.

(Fuente: http://distance-ed.math.tamu.edu/peic/lesson_plans/intro_quadratics2.pdf)



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

Ejemplos para planes de la lección

Concurso de Lanzamiento de Huevos

- Los estudiantes representarán funciones cuadráticas como tablas, con una gráfica, y con una ecuación. Ellos compararán datos y se moverán entre representaciones.
1. Pida a los estudiantes que lean los primeros dos párrafos en la hoja de actividad. (ver anejo: “AL.3 Tarea de desempeño - Concurso de Lanzamiento de Huevos”)
 2. Pregunte a la clase que notan sobre la altura del huevo según los incrementos de distancia en la línea de inicio. Si trazamos y conectamos los puntos de los datos en un plano cartesiano, ¿qué forma creen los estudiantes que la gráfica hará? [los estudiantes deben notar que la altura se incrementa, luego decrece. La forma es una parábola.]
 3. Pida a los estudiantes que lean el tercer párrafo. Pida a la clase que describan la forma descrita por la ecuación. [Ellos deben reconocer que es una ecuación cuadrática, cuya gráfica es una parábola. El coeficiente negativo antes del término x^2 significa que la parábola abre hacia abajo y tiene un valor máximo.]
 4. Pida a los estudiantes que lean el cuarto párrafo. Pregúnteles sobre su conocimiento de la trayectoria de vuelo del huevo del equipo C al mirar la gráfica.
 5. Después de la discusión de los puntos de inicio, las alturas, y las distancias del punto de inicio de los tres equipos, pídeles que inviertan un minuto registrando cual equipo creen que ganó el concurso y porque.
 6. Ponga a los estudiantes en grupos o pares para que trabajen en la segunda página de la hoja de actividad. Necesitarán una calculadora gráfica o alguna otra herramienta de regresión para encontrar las ecuaciones para los equipos A y C.



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas

Matemáticas

6 semanas de instrucción

Cuadráticas “Serpientes y Escaleras”

- Esta lección está diseñada como una revisión de la solución de ecuaciones cuadráticas usando los métodos de esta unidad: graficar, completar el cuadrado, fórmula cuadrática, y factorización. Los estudiantes practicarán el juego “Serpientes y Escaleras” modificado para ecuaciones cuadráticas, mientras repasan para los exámenes. Materiales: “Serpientes y Escaleras” juegos de tableros (o algo similar a un juego de tablero), 1 dado para cada grupo, 1 paquete de cartas con 1 ecuación cuadrática en cada carta para cada grupo, 4 juegos de disco por grupo para mover sobre el tablero.
- En grupos de cuatro, los estudiantes jugaran siguiendo estas reglas:
 1. Dibuja una carta.
 2. Tire los dados.
 3. Si sale un 1 o un 6, entonces resuelva sus ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado.
 4. Si sale un 2 o un 5, entonces resuelva sus ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática.
 5. Si sale un 3, entonces resuelva sus ecuaciones cuadráticas graficando.
 6. Si sale un 4, entonces resuelva su ecuación cuadrática factorizando si fuera posible. Si no, resuélvala de otra forma.
 7. Si resuelve su ecuación correctamente, entonces puede mover en el tablero el número de espacios que corresponde a su lanzamiento de dado.
 8. Si su respuesta a la pregunta es incorrecta, entonces la persona a su izquierda tiene la oportunidad de responder su pregunta y mover según su lanzamiento de dado.
 9. ¡La primera persona que llegue al final del tablero gana el juego!
- Los estudiantes harán una doble revisión de las respuestas de los otros, para asegurarse que sus oponentes han completado exitosamente sus preguntas y pueden avanzar en el tablero. Al final del periodo, ellos entregarán sus soluciones, incluyendo el trabajo mostrado, para las preguntas en las cartas usadas para el juego. Esta lección se puede usar como un repaso de cualquier tema creando nuevas cartas.

(Fuente: <http://www.learnnc.org/lp/pages/2981>)

Ejemplo 3 para planes de la lección: Inecuaciones Cuadráticas

- Parte 1: Los estudiantes recibirán instrucciones directas en inecuaciones cuadráticas, incluyendo caminos múltiples para representar las soluciones, pero limitados a las cuadráticas que pueden ser resueltas mediante factorización.
 1. Use la Actividad de Aprendizaje – El Área Posible para introducir las inecuaciones cuadráticas.
 2. Relacione los problemas al estudio previo de las inecuaciones lineales. Enfatique que las soluciones a las ecuaciones relacionadas dividen la recta numérica en regiones.
 3. Revise las respuestas en las inecuaciones originales. Ponga a prueba más de un punto en cada región inicialmente para reforzar la idea de que si un punto funciona, todos los puntos en la región funcionan.
 4. Recuerde a los estudiantes que sean cuidadosos al considerar si los puntos finales son parte de la solución, y sombréelos, o no, según sea apropiado.
 5. Enfóquese en cuadráticas que puedan resolverse mediante factorización, y que tengan dos raíces. Los estudiantes pueden ver otras posibilidades en la siguiente parte de la lección.
 6. Provea la oportunidad a los estudiantes para que practiquen.
 7. Expresé las soluciones algebraicamente, gráficamente, y con notación de intervalos.



Unidad Algebra II.3: Funciones cuadráticas
Matemáticas
6 semanas de instrucción

- Parte 2: Los estudiantes recibirán instrucciones directas en la resolución de inecuaciones de mayor dificultad, incluyendo aquellas con ceros irracionales, e inecuaciones que son siempre o nunca verdaderas.
1. Empiece con gráficas de apariencia conocida, pero con raíces irracionales. Pida a los estudiantes que resuelvan inecuaciones cuadráticas con raíces irracionales. Pídales que usen calculadoras para producir aproximaciones decimales y graficar sus conjuntos de soluciones.
 2. Advierta a los estudiantes de que no todas las inecuaciones cuadráticas producen conjuntos de soluciones como los que se han visto hasta ahora. Rételos a averiguar qué es lo que sucede con un conjunto pequeño de ejemplos que incluya trinomios de cuadrado perfecto (solo un "punto final"), y trinomios sin raíces reales (el conjunto de soluciones puede ser cualquiera, todos números reales o un conjunto vacío, dependiendo la dirección de la inecuación).
 3. Provea una práctica mixta.
 4. Seleccione ejemplos que hagan relación a una actividad previa, "Área Posible." Interprete las soluciones en el contexto de las posibles dimensiones dada una afirmación sobre el área. Esto es de ayuda al establecer que los números irracionales son aún parte de la familia más grande de números reales, y que se pueden interpretar como mediciones.
 5. Use aproximaciones decimales para ayudar a los estudiantes a entender el número como una distancia, pero enfatice que son aproximaciones – el decimal no es verdaderamente igual a la raíz.
- (Fuente: <http://www.apskids.org/Documents/Math%20II%20Unit%201TE%20APS%20Supplement.071409.pdf>)